

Es.83:

Nel piano  $xOy$  determina l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}_1$  avente diametro AB, dove A(2,2) e B(-4,2); sia  $\mathcal{C}_1$  il centro. Determinare l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}_2$  passante per  $\mathcal{C}_1$ , per O e per D(4,0) e sia  $\mathcal{C}_2$  il suo centro. Determinare le equazioni delle rette  $t_1$  e  $t_2$  tangenti a  $\mathcal{C}_2$  nei suoi punti d'intersezione con l'asse  $x$ . Detto inoltre H il punto d'intersezione di  $t_1$  e  $t_2$ , calcolare l'area del quadrilatero  $OC_2DH$ .

### Piano di risoluzione

Conoscendo gli estremi del diametro trovo il centro (punto medio di AB) e il raggio (metà del segmento AB). Col centro e il raggio trovo l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}_1$ .

Per trovare l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}_2$  metto a sistema i 3 punti. Per trovare il centro usufruisco della formula  $(-a/2, -b/2)$ .

Trovo i punti di tangenza mettendo a sistema l'equazione della circonferenza  $\mathcal{C}_2$  e  $y=0$ . Con le formule di sdoppiamento trovo le rette tangenti. Metto a sistema le 2 tangenti e trovo H.

### Risoluzione

Trovo  $\mathcal{C}_1$ :

$$\left(\frac{2-4}{2}, \frac{2+2}{2}\right) \xrightarrow{\text{yields}} (-1, 2)$$

Trovo Raggio  $\mathcal{C}_1$ :

$$AB/2=r$$

$$\frac{\sqrt{(2+4)^2}}{2} = r \xrightarrow{\text{yields}} 3$$

Trovo  $\mathcal{C}_1$ :

$$(y-2)^2 + (x+1)^2 = 3^2 \xrightarrow{\text{yields}} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$$

Trovo  $\mathcal{C}_2$ :

$$\begin{cases} 1+4-a+4b+c=0 \\ c=0 \\ 16+4a=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} \begin{cases} a=-4 \\ b=\frac{9}{4} \\ c=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} x^2 + y^2 - 4x + \frac{9}{4}y = 0$$

Trovo  $\mathcal{C}_2$ :

$$\mathcal{C}_2(-a/2, -b/2) \xrightarrow{\text{yields}} (2, -\frac{9}{2})$$

Trovo  $t_1$  e  $t_2$ :

$$\begin{cases} y=0 \\ x^2 + y^2 - 4x + \frac{9}{4}y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} \begin{cases} y=0 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{yields}} \begin{cases} y=0 \\ x=0, 4 \end{cases}$$

$$t_1(0,0) \xrightarrow{\text{yields}} -4\frac{x}{2} + \frac{9y}{4 \cdot 2} = 0 \xrightarrow{\text{yields}} y = \frac{16}{9}x$$

$$t_2(4,0) \xrightarrow{\text{yields}} 4x - 2x - 8 + \frac{9}{8}y = 0 \xrightarrow{\text{yields}} y = -\frac{16}{9}x + \frac{64}{9}$$

Trovo H:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{16}{9}x \\ y = -\frac{16}{9}x + \frac{64}{9} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{yields}} \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{32}{9} \end{array} \right.$$

L' area del quadrilatero nn so se è giusta perché vengono numeri un po' strani. Puoi dirmi se i risultati sono giusti?